Moyenne, Pourcentage de réussite et Ranking

J-Pol Guillement

mai 2015

Pour quantifier le niveau d'un joueur au billard la "moyenne" est le moyen le plus consensuel. Ce n'est pas le seul. Il y a aussi la "probabilité (ou pourcentage) de réussite" et le "Ranking". Nous allons rappeler les définitions et indiquer les relations entre ces notions. On trouvera (en fichier attaché) les détails et des explications sur le calcul du Ranking, et une "discussion finale" sur son utilisation.

1. La moyenne.

La moyenne au cours d'une partie est **par définition** le nombre de points effectués divisé par le nombre de reprises. La moyenne sur un ensemble de partie est le nombre de points effectués sur l'ensemble des parties divisé par le nombre total de reprises.

Le calcul de la moyenne est simplissime, à la portée de tout un chacun, aucune mauvaise interprétation rendant le résultat erroné n'est possible.

La définition donnée correspond à la moyenne probabiliste des séries de chacune des reprises :

Par exemple considérons une partie dont les dix reprises sont

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}
2	5	0	7	15	1	2	0	5	13

La moyenne est

$$\Sigma s_i/10 = (2 + 5 + 0 + \cdots + 13)/10 = 50/10 = 5.00.$$

C'est la "moyenne probabiliste" de la variable aléatoire s_i représentant la série obtenue à la reprise i.

On entend parfois dire que la moyenne attribuée à un joueur est **fausse**, suivant en cela, parait-il, le grand champion Belge du moment.

Une définition n'est ni juste ni fausse, elle peut être mal formulée, sans intérêt, son calcul peut être faux, son utilisation mal appropriée, mais le qualificatif "faux" ne peut s'appliquer à une définition.

2. La moyenne calculée sur un ensemble de parties.

Ce n'est pas la moyenne des moyennes. Ce serait vrai si toutes les parties avaient le même nombre de reprises.

Considérons l'exemple d'une deuxième partie dont les séries sont

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
20	30	10	30	10

La moyenne de la deuxième partie est $100/5 = 20$, la moyenne sur l'ensemble des deux parties est $(50 + 100)/(10 + 5) = 150/15 = 10$, la moyenne des moyennes est $(5 + 20)/2 = 12.5$

3. Probabilité (ou pourcentage) de réussite.

La notion de probabilité de réussite est intéressante. Elle ne fait intervenir ni la notion de reprise ni celle de série. Elle se mesure à chaque tentative. C'est la probabilité de faire le point à chaque coup

de queue. A chaque essai on marque 0 ou 1 point. La probabilité de réussite est le nombre de points marqués divisé par le nombre de tentatives. C'est un nombre compris entre 0 et 1. (Le pourcentage de réussite est 100 fois la probabilité de réussite).

Nous allons voir qu'il y a une relation simple entre moyenne et probabilité de réussite, **à la condition de supposer que la probabilité de réussite reste constante** au cours de chaque tentative. Cette hypothèse n'est pas valable à la partie Libre où le rôle du rappel est essentiel.
En notant m la moyenne et p la probabilité de réussite, la relation est

$$p = \frac{m}{1+m}, \qquad m = \frac{p}{1-p}$$

qui montre, avec l'hypothèse indiquée ci-dessus, que moyenne et probabilité de réussite sont "mécaniquement" liés.

Justifions ces relations en deux temps, d'abord avec l'exemple d'un joueur qui fait 1 de moyenne et 0.5 de probabilité de réussite, et ensuite de façon plus générale et plus mathématique.

(a) i. Considérons un joueur qui fait 1 de moyenne :
Sur 100 reprises il fait 100 points et il a 100 échecs (on ignore le dernier coup).
Il a tenté 200 coups, sa probabilité de réussite est 1/2, c'est cohérent avec la formule

$$p = \frac{m}{1+m}$$

ii. Inversement considérons un joueur qui a une probabilité **constante** 1/2 de faire le point à chaque fois qu'il joue.
Sur 100 reprises, il retourne s'assoir sans faire de point 50 fois, et 50 fois réussit le premier point.
Quand il fait le premier point, il a une chance sur deux de faire le second. Il fait donc (théoriquement) 25 fois le second point. Et ainsi de suite ...
Au total, il fait (théoriquement)

$$50 + 50/2 + 50/4 + ... = 100 \quad \text{points},$$

et donc 1 de moyenne.
C'est cohérent avec la formule

$$m = \frac{p}{1-p}$$

(b) Justification plus générale.
Soit X le nombre de points marqués au cours d'une partie de r reprises. Le nombre de coups joués est (en ignorant la possibilité de série arrêtée à la dernière reprise)

$$n = X + r$$

La moyenne est

$$m = \frac{X}{r}$$

Quand on a une probabilité de réussite **constante** p, à chaque coup joué on marque p points. Sur l'ensemble des n coups on marque $X = n \times p$ points. Il en résulte que la moyenne est

$$m = \frac{X}{r} = \frac{pn}{r} = p\frac{X+r}{r} = p(m+1)$$

et donc

$$p = \frac{m}{1+m}, \qquad m = \frac{p}{1-p}$$

4. Probabilité de réussite sur une position laissée par l'adversaire (adverse) et sur une position obtenue à la suite d'un point réalisé (propre).

Dans le paragraphe précédent on a fait l'hypothèse que la probabilité de réussite serait constante. Mais, en réalité, elle varie avec la qualité de regroupement et avec le souci de ne pas faciliter la tâche de l'adversaire ...
A la partie Libre la probabilité de réussite évolue de façon complexe au cours d'une série, mais au 3-Bandes, où les séries sont faibles, on peut limiter l'étude de la probabilité de réussite au cas de la position adverse et de la position propre.
Pour déterminer ces deux valeurs, en plus du nombre de points et du nombre de reprises, une donnée supplémentaire est nécessaire, celle du nombre de traits. On dit qu'un joueur fait un trait, quand il fait une "série de 0 point" (le marqueur fait un trait sur la feuille de match).

Notons pts le nombre de points marqués, r le nombre de reprises, t le nombre de traits, p_a et p_p les probabilités de réussite sur position adverse et sur position propre. On a

$$p_a = \frac{r-t}{r}, \qquad p_p = \frac{pts-(r-t)}{pts}$$

Justification

(a) Position adverse :
On joue r fois sur position adverse (y compris le point d'entrée), on marque 1 point quand on ne fait pas de trait, c'est-à-dire que l'on marque au total $(r-t)$ points sur position adverse. D'où la formule

$$p_a = \frac{r-t}{r}$$

(b) Position propre :
On joue sur position propre quand on a marqué un point, cela arrive pts fois. Les points marqués dans ces conditions sont pts moins ceux qu'on a marqué sur position adverse, c'est-à-dire $pts-(r-t)$. D'où la formule

$$p_p = \frac{pts-(r-t)}{pts}$$

Il est intéressant de regarder ces deux valeurs pour évaluer la qualité de repositionnement des joueurs de 3-Bandes.

5. Le Ranking.

Le Ranking (classement) est un concept statistique très élégant destiné à "prédire" le résultat d'une rencontre entre deux adversaires.
Le calcul du ranking d'un joueur fait intervenir ses résultats au cours des 18 mois précédents et ceux de ses adversaires. Il tient compte des moyennes, des victoires et des défaites. Il n'est possible que par ordinateur et par accès à la base de la FFB.

Voir l'article "Le Ranking est-il un bon outil ?" qui lui est consacré. On pointe des situations pour lequelles il n'est pas satisfaisant.