Le système du complément à 4 pour le "une bande"

Don Bosco Billard Nantes

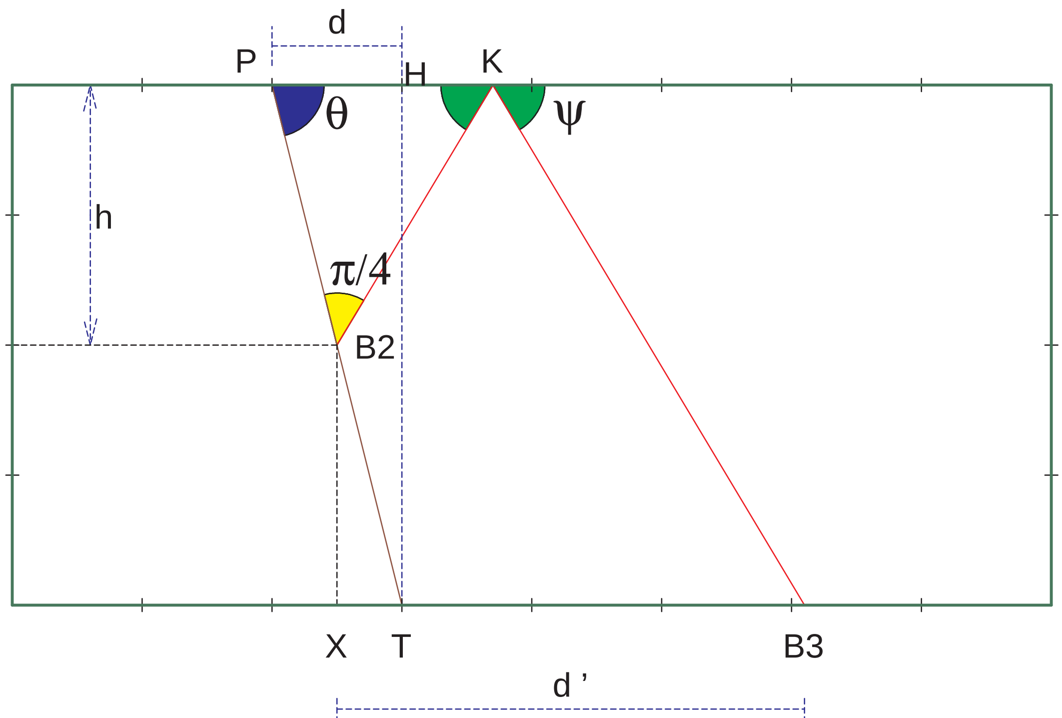
La recette

Le dessin ci-dessous représente un billard dont les dimensions mesurées en nombre de mouches sont 4×8. La bille $B1$ est non représentée, elle est sur le segment B_2T. La bille B_3 est à la bande. On suppose que le choc de la "1" sur la "2" se fait à 45 degrés. Alors **pour faire le point par une bande sans effet**, rebond sur la grande bande, arrivée sur la grande bande opposée, il faut que la formule approximative suivante soit respectée.

$$d + d' = 4$$

où d et d' indiqués sur la figure sont mesurés en nombre de mouches.

Note1 : Quand la formule n'est pas respectée on corrige par de l'effet. Les joueurs considèrent qu'un effet d'une quantité (ou fraction) donnée de procédé corrige l'arrivée sur la (grande) bande de la même quantité de mouche.
Note2 : Les chiffres indiqués ici ne sont valables que quand le coup est réalisé dans le sens de la largeur du billard, mais ils sont indépendants de sa taille.



Justification

Calculons précisément l'arrivée à la grande bande de la bille B_1 après son choc sur la bille B_2 et son rebond sur la grande bande du haut. Reprécisons les données du problème :

On suppose que les billes ont un diamètre nul, qu'elles ne prennent aucun effet, qu'au rebond les angles d'incidence et de réflexion coïncident (les deux angles ψ en verts sont égaux) et que le choc de B_1 sur $B2$ se fait à 45 degrés (angle en jaune sur la figure).

On note P et T les extrémités du prolongement de la droite B_1B_2, H la projection de T sur la bande du haut, d la distance PH.
On note X la projection de B_2 sur la bande du bas, B_3 le point où la bille B_1 atteint la grande bande du bas, d' la distance XB_3.
On note h la distance de B_2 à la grande bande.

B_1 n'est pas représenté sur la figure.
La formule exacte de l'arrivée sur la bande, repérée par la valeur d', est

$$d' = (4-d)\frac{4+h}{4+d}$$

La recette

$$d' \simeq 4-d$$

consiste donc à ne retenir qu'une approximation de cette formule ; mais on remarque que si $h = d$ ou si $d = 4$ les deux formules coïncident.

Les tableaux suivants montrent la qualité et les limites de l'approximation.

Approximation de d’ par 4-d												
	d	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0
h = 1	d’	5	3.9	3	2.3	1.7	1.2	0.7	0.3	0	-0.6	-1
	4-d	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	-1	-2
	d	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0
h = 2	d’	6	4.7	3.6	2.7	2	1.4	0.9	0.4	0	-0.7	-1.2
	4-d	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	-1	-2
	d	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0
h = 3	d’	7	5.4	4.2	3.2	2.3	1.6	1	0.5	0	-0.8	-1.4
	4-d	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	-1	-2

Démonstration de la formule
Appelons θ l'angle que fait la queue avec la grande bande (angle bleu) et ψ l'angle du rebond KB_3 avec la grande bande (angle vert).
La somme des trois angles du triangle PKB_2 étant π on a

$$\psi = 3\pi/4 - \theta.$$

Grâce aux formules

$$\begin{aligned} tg(a-b) &= \frac{tg(a) - tg(b)}{1 + tg(a)tg(b)} \\ tg(3\pi/4) &= -1 \end{aligned}$$

et au fait que $tg(\theta) = 4/d$, on obtient

$$tg(\psi) = \frac{4+d}{4-d}.$$

En notant K_x, la projection de K sur la grande bande, on peut alors écrire

$$\begin{aligned} d' &= XK_x + K_xB_3 \\ &= \frac{h}{tg(\psi)} + \frac{4}{tg(\psi)} \\ &= \frac{4+h}{tg(\psi)} \\ &= (4-d)\frac{4+h}{4+d} \end{aligned}$$